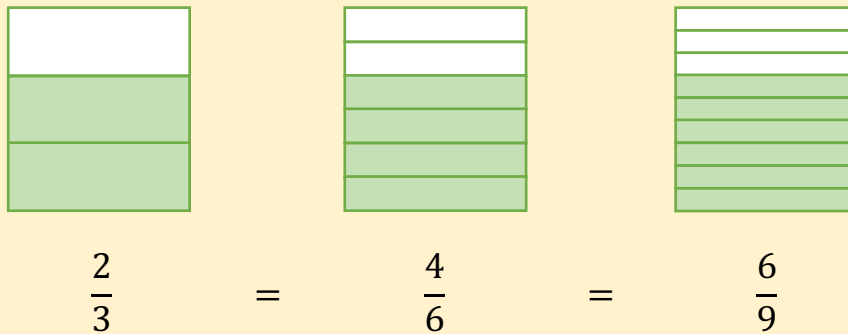


1. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

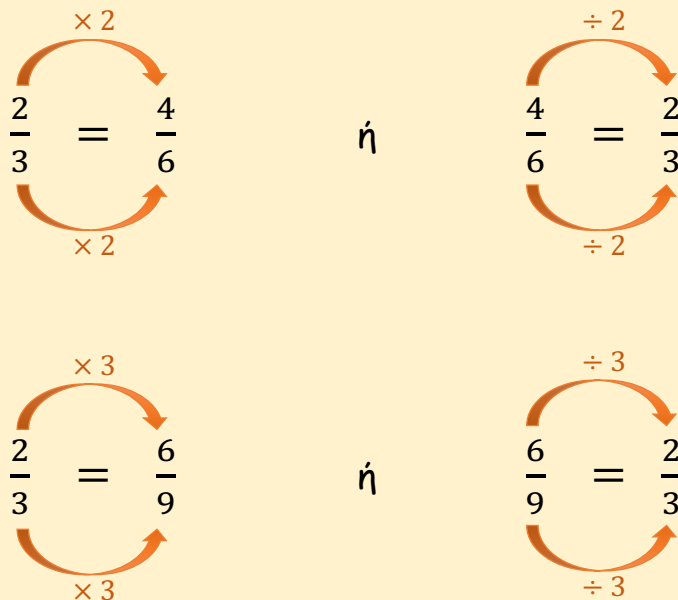
Ισοδύναμα ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:



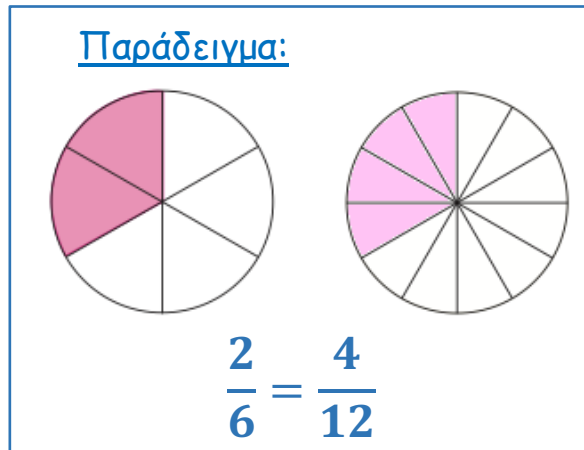
Για να σχηματίσουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

Παραδείγματα:

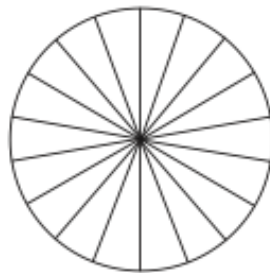
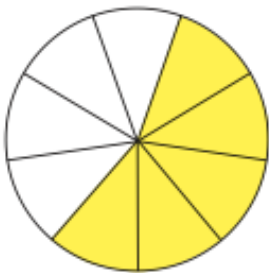


ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να σκιάσεις το δεύτερο σχήμα, ώστε να σχηματιστεί ένα ισοδύναμο κλάσμα με το κλάσμα που παρουσιάζεται στο πρώτο σχήμα, όπως στο παράδειγμα.



(α)



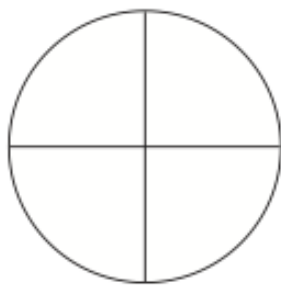
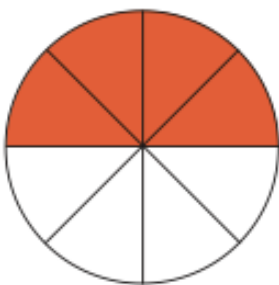
$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(β)



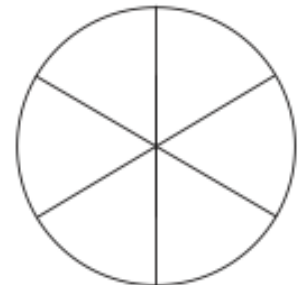
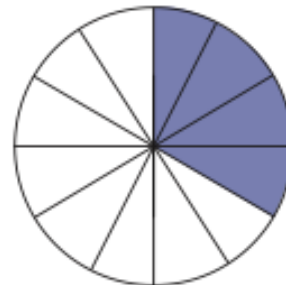
$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(γ)



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(δ)



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2. Να συμπληρώσεις.

(α)

$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{\square}$$

(β)

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{10}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{21}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{24}{\square}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{30}{\square}$$

(γ)

$$\frac{5}{10} = \frac{\square}{2}$$

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{6}{60} = \frac{1}{\square}$$

(δ)

$$\frac{20}{28} = \frac{\square}{7}$$

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{\square}$$

$$\frac{16}{32} = \frac{2}{\square}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{\square}$$

(ε)

$$\frac{4}{9} = \frac{\square}{54}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$$

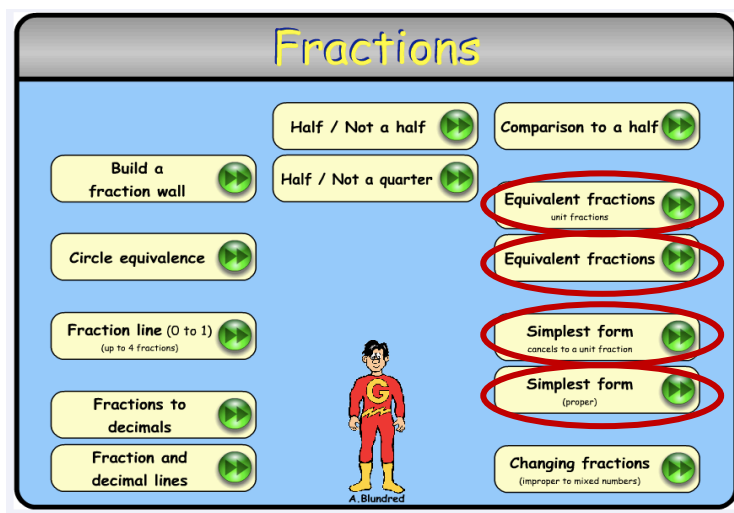
$$\frac{7}{\square} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{\square} = \frac{21}{35}$$

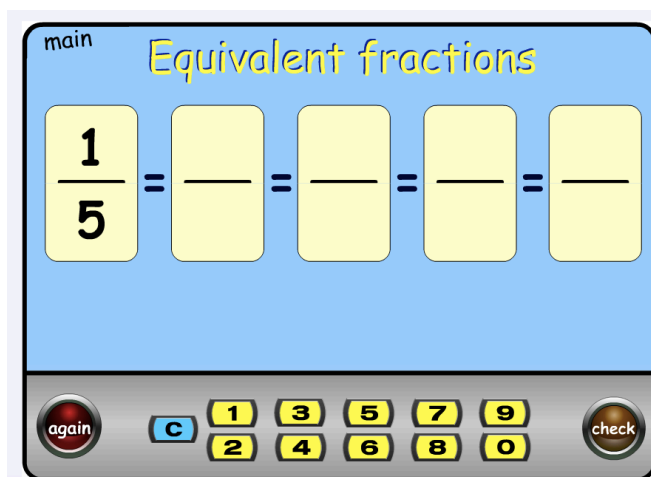
ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

(α) <https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=Fractionsv7>

- Από την κεντρική οθόνη, να επιλέξεις ένα από τα εικονίδια σε κύκλο.

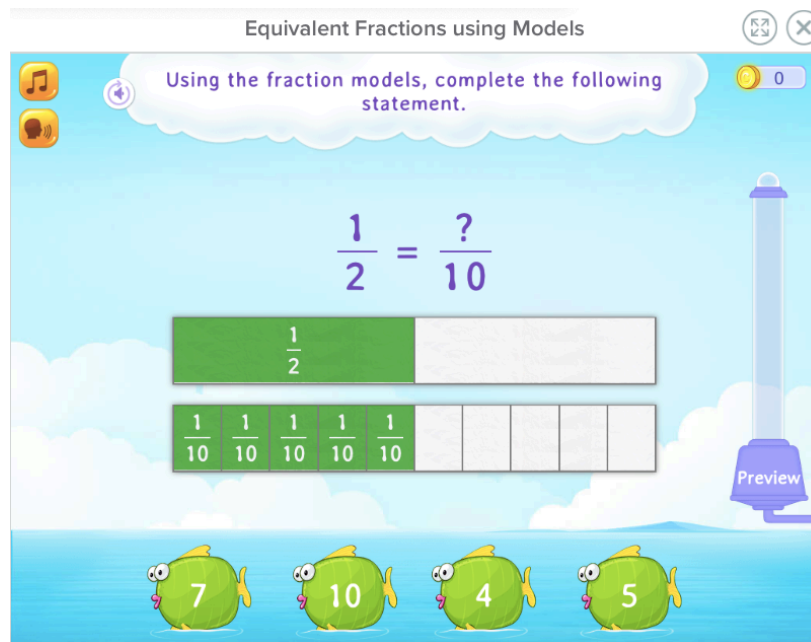


- Να συμπληρώσεις την ισότητα που εμφανίζεται κάθε φορά, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.
Πατώντας "check", μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή.
Πατώντας "again", εμφανίζεται μια νέα ισότητα.




(β) <https://www.splashlearn.com/equivalent-fractions-games>

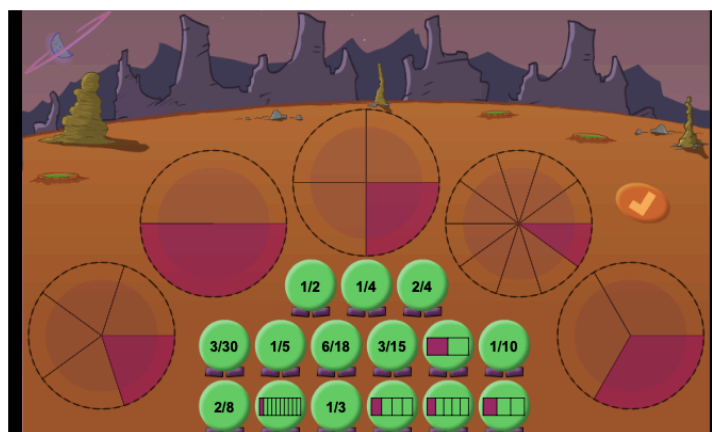
- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις το παιχνίδι "Equivalent Fractions using Models".
- Να επιλέξεις τον αριθμό που ταιριάζει, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.



(γ)

<https://www.mathplayground.com/Triplets/index.html>

- Να σύρεις κάθε κλάσμα και ορθογώνια επιφάνεια πάνω σε κάθε κυκλική επιφάνεια, ώστε να δημιουργήσεις ομάδες με ισοδύναμα κλάσματα.
- Πατώντας στο  , μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή και να προχωρήσεις σε επόμενο επίπεδο.

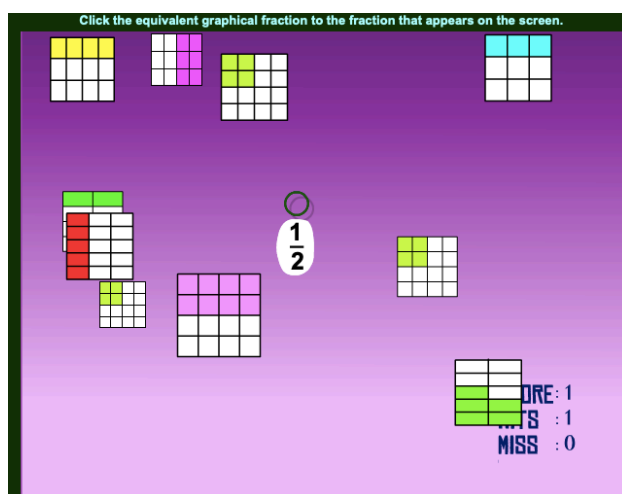
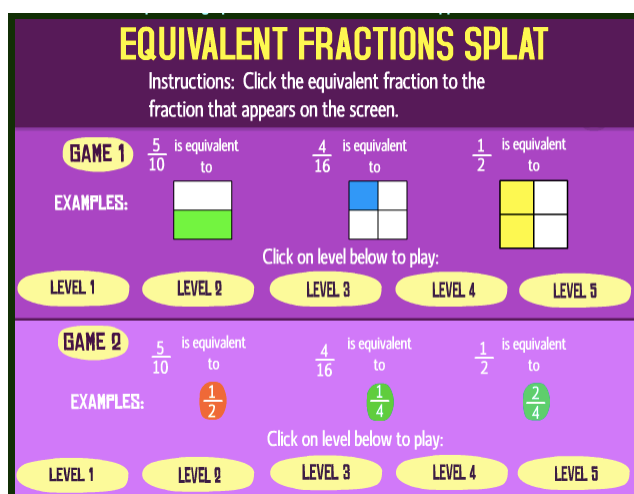


Φιλικό προς
οθόνες αφής

(δ)

http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/equivalent_fractions_shoot.htm

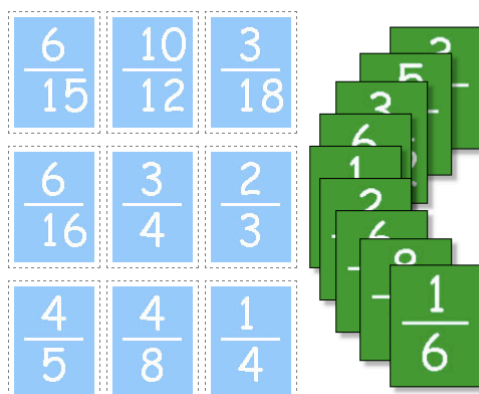
- Να επιλέξεις από την αρχική οθόνη το Παιχνίδι 1 (Game 1) ή το Παιχνίδι 2 (Game 2) και να αρχίσεις από το Επίπεδο 1 (Level 1)
- Στο Παιχνίδι 1, να σύρεις το κλάσμα που εμφανίζεται πάνω στην επιφάνεια που παρουσιάζει ένα ισοδύναμο με αυτό κλάσμα.
- Στο Παιχνίδι 2, να σύρεις το κλάσμα πάνω στο κλάσμα που είναι ισοδύναμο με αυτό.



(ε)

https://www.helpingwithmath.com/resources/games/fraction_game_3/matching.html

- Να σύρεις τις πράσινες κάρτες πάνω στις γαλάζιες κάρτες, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.



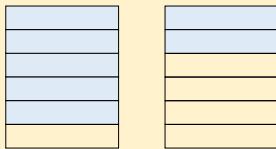
Φιλικό προς
οθόνες αφής

2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να συγκρίνουμε κλάσματα, παρατηρούμε τους παρονομαστές και τους αριθμητές τους.

Παραδείγματα:

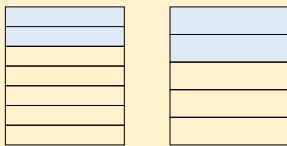
$$(α) \frac{5}{6} > \frac{2}{6}$$



Τα κλάσματα $\frac{5}{6}$ και $\frac{2}{6}$ είναι **ομώνυμα** (δηλαδή έχουν τον ίδιο παρονομαστή).

Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή.

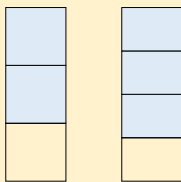
$$(β) \frac{2}{7} < \frac{2}{5}$$



Τα κλάσματα $\frac{2}{7}$ και $\frac{2}{5}$ είναι **ετερόνυμα**, δηλαδή δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Έχουν όμως τον ίδιο αριθμητή.

Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

$$(γ) \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$



Τα κλάσματα $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$ είναι **ετερόνυμα**. Δεν έχουν τον ίδιο αριθμητή.

Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, ώστε να έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Ένα κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 4 είναι το 12. Βρίσκουμε ένα ισοδύναμο κλάσμα με το $\frac{2}{3}$ και ένα ισοδύναμο κλάσμα με τα $\frac{3}{4}$ με παρονομαστή το 12.

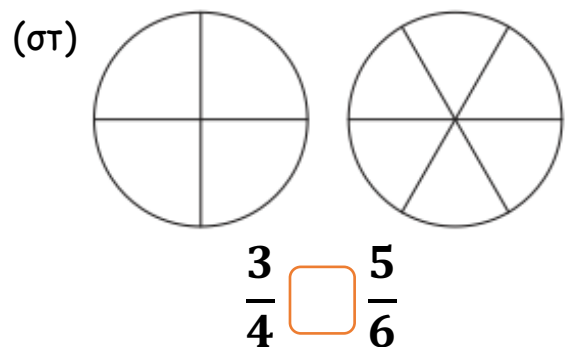
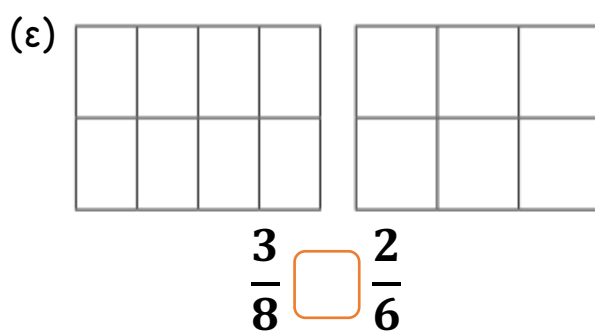
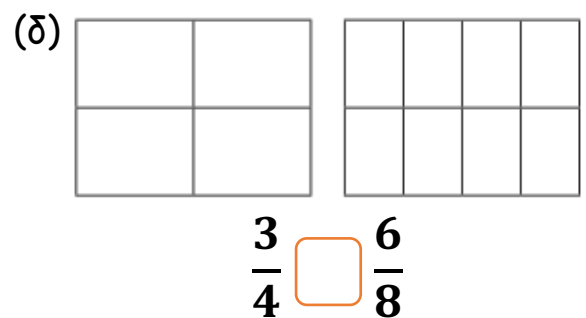
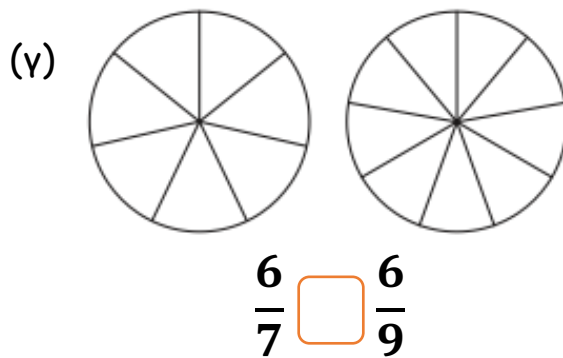
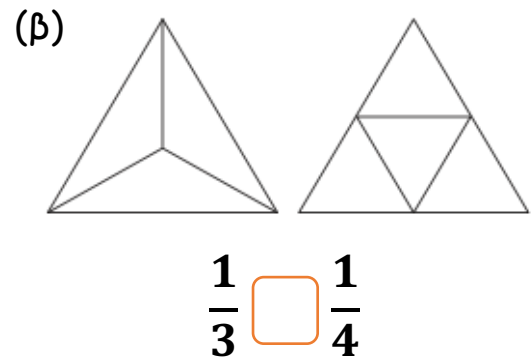
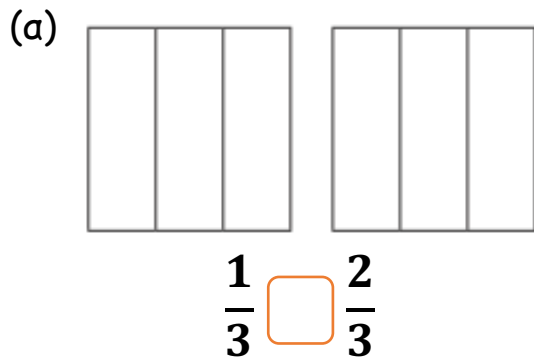
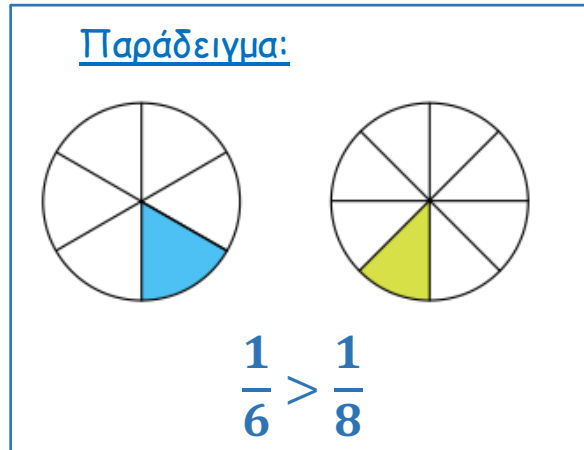
$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \text{και} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Συγκρίνουμε τα κλάσματα.

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12} \quad \text{Άρα,} \quad \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να χρησιμοποιήσεις τα διαγράμματα, για να συγκρίνεις τα κλάσματα, όπως στο παράδειγμα.



2. Να συμπληρώσεις, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $>$, $<$, $=$.

(α)

$$\frac{1}{4} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \square \frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{8} \square \frac{3}{8}$$

$$\frac{13}{19} \square \frac{17}{19}$$

(β)

$$\frac{1}{3} \square \frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{6} \square \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{9} \square \frac{4}{23}$$

$$\frac{25}{40} \square \frac{25}{30}$$

(γ)

$$\frac{1}{3} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \square \frac{6}{10}$$

$$\frac{2}{3} \square \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{8} \square \frac{6}{10}$$

3. Να γράψεις τα κλάσματα με τη σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο.

(α)

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$

(β)

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

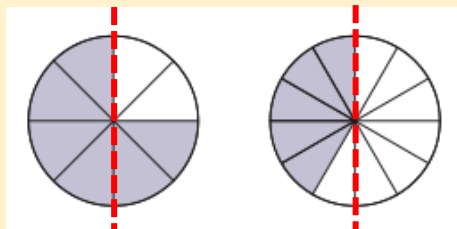
$$\frac{3}{15}$$

$$\frac{2}{6}$$

4. Μια άλλη στρατηγική για τη σύγκριση κλασμάτων είναι με βάση το μισό ($\frac{1}{2}$).

Παράδειγμα :

$$\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$$



Το κλάσμα $\frac{6}{8}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{4}{8}$ που είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$.

$$\frac{6}{8} > \frac{1}{2}$$

Το κλάσμα $\frac{5}{12}$ είναι μικρότερο από το $\frac{6}{12}$ που είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$.

$$\frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

$$\text{Άρα, } \frac{6}{8} > \frac{5}{12}$$

- (α) Να βάλεις σε κύκλο όλα τα κλάσματα που είναι μεγαλύτερα από το $\frac{1}{2}$.

$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{18}{36}$
---------------	---------------	---------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

- (β) Να τοποθετήσεις το κάθε κλάσμα στην κατάλληλη θέση του πίνακα.

$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{7}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	-----------------	----------------	---------------

Μικρότερα από το $\frac{1}{2}$	Ίσα με το $\frac{1}{2}$	Μεγαλύτερα από το $\frac{1}{2}$

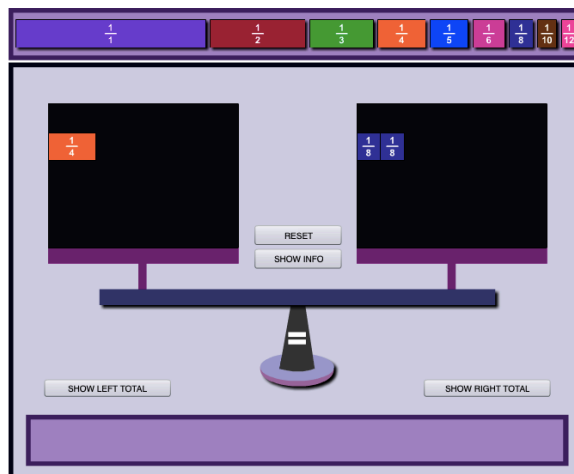
5. (α) Δύο ομάδες έκαναν κωπηλασία. Μετά από 1 ώρα κωπηλασίας, η πρώτη ομάδα κάλυψε τα $\frac{5}{7}$ της διαδρομής και η δεύτερη ομάδα τα $\frac{5}{9}$ της διαδρομής. Ποια ομάδα βρισκόταν πιο κοντά στον τερματισμό μετά από μία ώρα κωπηλασίας;

- (β) Σε απόσταση $\frac{1}{2}$ km από έναν κατασκηνωτικό χώρο, υπάρχει ένα πάρκο, σε απόσταση $\frac{3}{4}$ km ένα ποτάμι και σε απόσταση $\frac{2}{8}$ km ένα μονοπάτι της φύσης. Ποιο σημείο βρίσκεται πιο κοντά στην κατασκήνωση;

ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- (α) https://www.mathplayground.com/Scale_Fractions.html

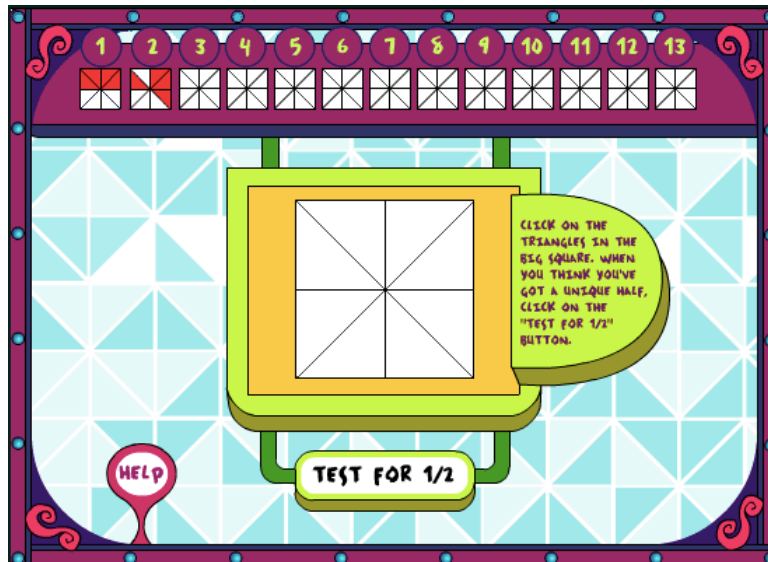
- Να σύρεις κλάσματα σε κάθε πλευρά της ζυγαριάς, ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει.



Φιλικό προς
οθόνες αφής

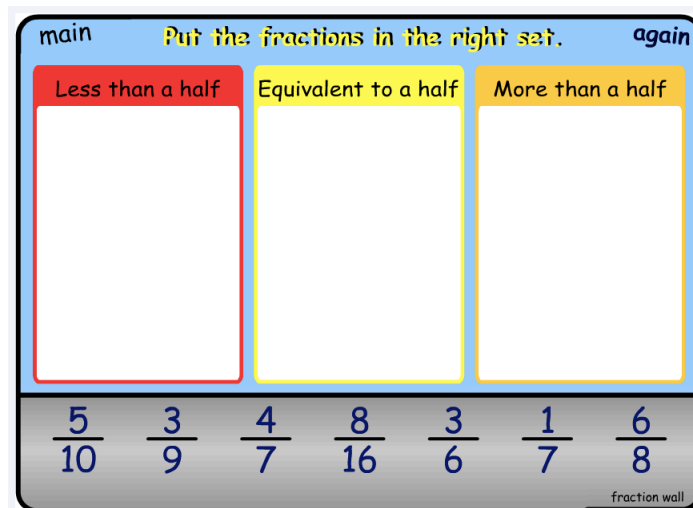
(β) <https://pbskids.org/cyberchase/games/thirteen-ways-looking-half>

- Να σκιάσεις τρίγωνα, ώστε να σκιαστεί το $\frac{1}{2}$ ολόκληρου του τετραγώνου. Πρέπει να βρεις 13 διαφορετικούς τρόπους.
- Πατώντας "Test for $\frac{1}{2}$ ", μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή.



(γ) <https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=Fractionsv7>

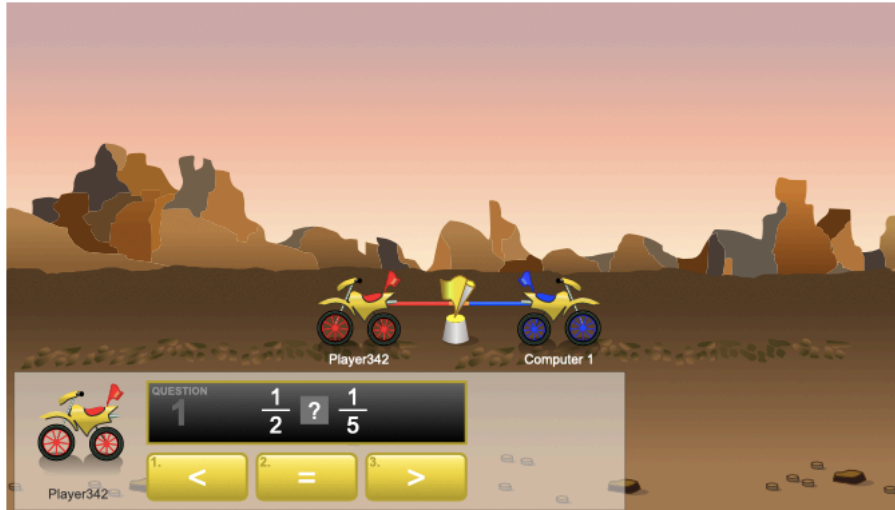
- Από την αρχική οθόνη, να επιλέξεις το εικονίδιο "Comparison to a half".
- Να τοποθετήσεις τα κλάσματα σε κάθε στήλη ανάλογα με τον αν είναι «Μικρότερα από το μισό», «Ίσα με το μισό» και «Μεγαλύτερα από το μισό».



(δ)

https://www.mathplayground.com/ASB_TugTeamFractions.html

- Να συγκρίνεις τα κλάσματα και να επιλέξεις το κατάλληλο σύμβολο $>$, $<$ ή $=$.



Φιλικό προς
οθόνες αφής

(ε) <https://www.fuelthebrain.com/games/comparison-shootout/>

- Από την αρχική οθόνη, να επιλέξεις το Επίπεδο 3 (Level 3).
- Να συγκρίνεις τα κλάσματα.
- Να πατήσεις στο πράσινο βέλος και να το γυρίσεις προς το σύμβολο που πρέπει να τοποθετηθεί μεταξύ των κλασμάτων ($>$, $<$ ή $=$).

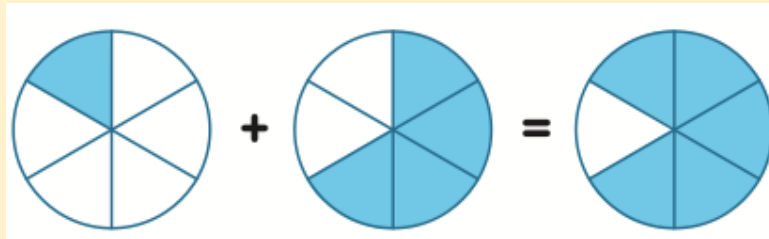


3. ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα, προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

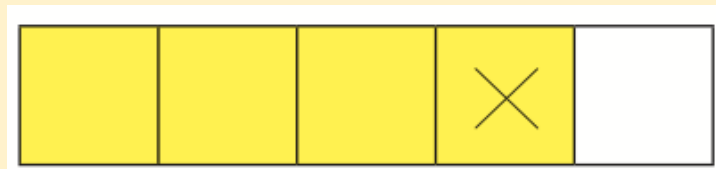
$$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$



Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα, αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

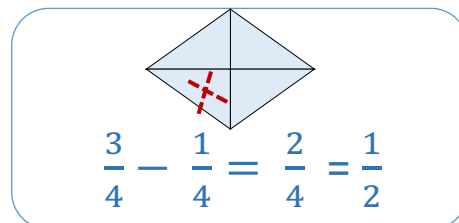
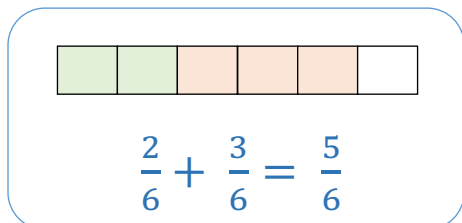
$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$



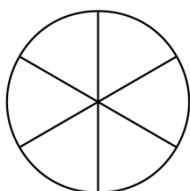
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα, όπως στα παραδείγματα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Παραδείγματα:



(α)



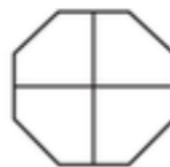
$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} =$$

(β)



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$$

(γ)



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$$

(δ) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$

(ε) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$

(στ) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$

(ζ) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} =$

(η) $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} =$

(θ) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$

(ι) $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} =$

(κ) $\frac{8}{8} - \frac{6}{8} =$

(λ) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$

(μ) $\frac{3}{12} + \frac{7}{12} =$

(ν) $\frac{4}{9} - \frac{3}{9} =$

(ξ) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} =$

2. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Ένας ποδηλάτης κάλυψε το πρωί τα $\frac{2}{8}$ μιας ποδηλατικής διαδρομής. Το απόγευμα κάλυψε $\frac{3}{8}$ της διαδρομής περισσότερα από το πρωί. Τι μέρος της διαδρομής κάλυψε συνολικά ο ποδηλάτης το πρωί και το απόγευμα;

Μαθηματική πρόταση:

Απάντηση:

(β) Ο Φάνης χρησιμοποίησε $\frac{1}{5}$ kg ζάχαρη για να φτιάξει μπισκότα και $\frac{3}{5}$ kg ζάχαρη για να φτιάξει ένα γλύκισμα. Πόση ζάχαρη περίσσεψε, αν ο Φάνης είχε αρχικά 1 kg ζάχαρη;

Μαθηματική πρόταση:

Απάντηση:

ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

(α)

<http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/FruitShootFractionsAddition.htm>

- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις ένα από τα εικονίδια σε κύκλο.
- Να σύρεις τη μαθηματική πρόταση πρόσθεσης πάνω στο φρούτο που παρουσιάζει το άθροισμα της.

Sheppard Software's **fruit** SPLAT FRACTION ADDITION

Click on a level to play.

Level 1a
add 2 fractions with like denominators
 $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

Level 2a
add 3 fractions with like denominators
 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$

Level 3a
add fractions with unlike denominators
 $\frac{1}{2} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

Level 1b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Level 2b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Level 3b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{2}{12} + \frac{4}{12}$

$\frac{2}{8}$

$\frac{6}{12}$

$\frac{3}{6}$

$\frac{2}{9}$

$\frac{5}{10}$

$\frac{4}{8}$

$\frac{4}{6}$

$\frac{2}{4}$

MISS : 0

(β)

<http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/FruitShootFractionsSubtraction.htm>

- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις το εικονίδιο σε κύκλο.
- Να σύρεις τη μαθηματική πρόταση αφαίρεσης πάνω στο φρούτο που παρουσιάζει τη διαφορά της.

Sheppard Software's **fruit** SPLAT FRACTION SUBTRACTION

Click on a level to play.

Level 1a
subtract fractions with like denominators
 $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$

Level 2a
subtract fractions with unlike denominators
 $\frac{1}{2} - \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$

Level 3a
subtract fractions with unlike denominators - adv
 $\frac{1}{2} - \frac{2}{16} = \frac{6}{16}$

Level 1b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Level 2b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Level 3b: simplify
Solve problem same as above.
Then simplify:
 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Subtract the fractions and click the correct answer.

$\frac{4}{4} - \frac{2}{4}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{2}{10}$

$\frac{3}{12}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{2}{4}$

SCORE : 0
HITS : 0
MISS : 0